



Physikalische Grundlagen

KIT





Überblick

- Leistung des strömenden Mediums
- Betz 'sches Gesetz
 - Frei umströmte Windturbine
 - Widerstandsläufer



Leistung des Windes

Energie und Leistung des strömenden Mediums

$$E = \frac{1}{2} \cdot m \cdot v^2$$

$$P = \frac{dE}{dt} \quad \text{mit } m = \rho \cdot V \quad \text{und} \quad \dot{m} = \rho \cdot \frac{dV}{dt} = \rho \cdot A \cdot v = \rho \cdot \pi \cdot r^2 \cdot v$$

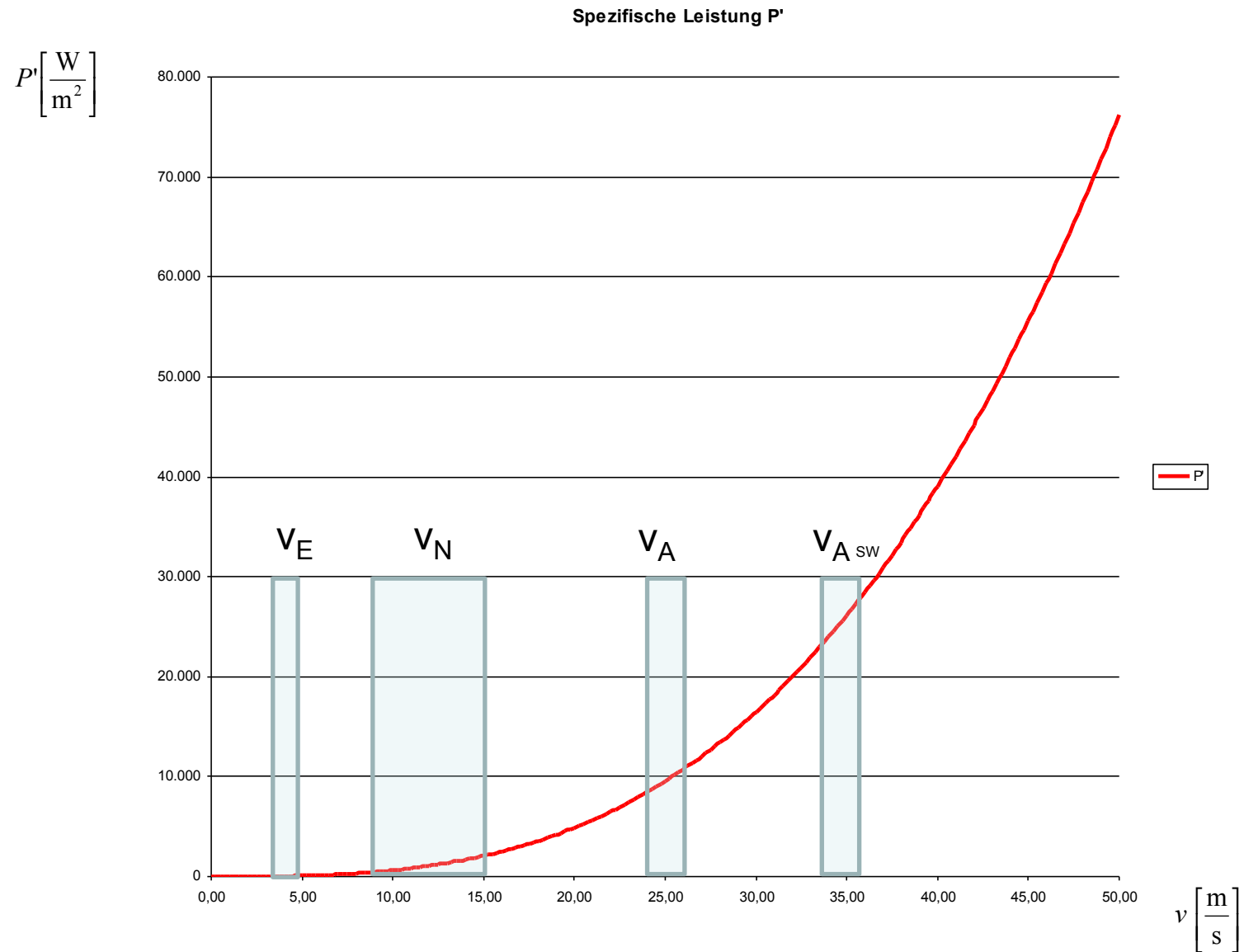
$$P = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot v^3 \quad \text{oder spezifisch} \quad P' = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v^3$$

$$P = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot \pi \cdot r^2 \cdot v^3$$

$$\rho \approx 1,22 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Leistung des Windes

Graphik 0-50





Leistung des Windes

Beispiele v^3 und Fahrzeuge

- $r = 40\text{m}$ ($\approx 2\text{ MW}$)
- $\rho = 1,22\text{ kg/m}^3$
- $T = 10^\circ\text{C}$
- $v = 6\text{ m/s}$ (21 km/h)
- **$P = 680\text{ kW}$ ($< 1\text{MW}$)**
- $v = 18\text{ m/s}$ (65 km/h)
- **$P = 18.277\text{ kW}$ ($> 18\text{ MW}$)**
- Faktor $3 \times 3 \times 3 = 27$
- **$P = 680\text{ kW}$**
- 38 t Luft/s
 - E_{kin} entspricht
 - 2,5 t SUV bei 84 km/h
 - 0,7 t PKW bei 160 km/h
- **$P = 18,277\text{ kW}$**
- 114 t Luft/s
 - E_{kin} entspricht
 - 2,5 t SUV bei 430 km/h
 - 0,7 t PKW bei 813 km/h



Leistung des Windes

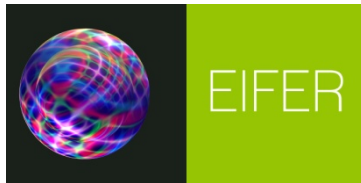
Masse, Temperatur, Druck

- $T = 20^{\circ}\text{C}$ und Atmosphärendruck
– $1,204 \text{ kg/m}^3$
- $T = -10^{\circ}\text{C}$ und Atmosphärendruck
– $1,342 \text{ kg/m}^3$
- Leistung bei -10°C etwa 11% höher als bei $+20^{\circ}\text{C}$
- *Leistung im Hochdruckgebiet (1020 hPa) ist ebenfalls leicht höher als im Tiefdruckgebiet (980 hPa)*
- *Leistung im Hochgebirge (795 hPa) ist geringer als auf Meereshöhe (1013 hPa)*

Leistung des Windes

Beaufort Skala

Beaufort-grad	Bezeichnung	Mittlere Windgeschwindigkeit in 10m Höhe über freiem Gelände		Beispiele für die Auswirkungen des Windes im Binnenland
		m/s	km/h	
0	Windstille	0 - 0,2	< 1	Rauch steigt senkrecht auf
1	leiser Zug	0,3 - 1,5	1 - 5	Windrichtung angezeigt durch den Zug des Rauches
2	leichte Brise	1,6 - 3,3	6 - 11	Wind im Gesicht spürbar, Blätter und Windfahnen bewegen sich
3	schwache Brise schwacher Wind	3,4 - 5,4	12 - 19	Wind bewegt dünne Zweige und streckt Wimpel
4	mäßige Brise mäßiger Wind	5,5 - 7,9	20 - 28	Wind bewegt Zweige und dünnere Äste, hebt Staub und loses Papier
5	frische Brise frischer Wind	8,0 - 10,7	29 - 38	kleine Laubbäume beginnen zu schwanken, Schaumkronen bilden sich auf Seen
6	starker Wind	10,8 - 13,8	39 - 49	starke Äste schwanken, Regenschirme sind nur schwer zu halten, Telegrafentelegraphenleitungen pfeifen im Wind
7	steifer Wind	13,9 - 17,1	50 - 61	fühlbare Hemmungen beim Gehen gegen den Wind, ganze Bäume bewegen sich
8	stürmischer Wind	17,2 - 20,7	62 - 74	Zweige brechen von Bäumen, erschwert erheblich das Gehen im Freien
9	Sturm	20,8 - 24,4	75 - 88	Äste brechen von Bäumen, kleinere Schäden an Häusern (Dachziegel oder Rauchhauben abgehoben)
10	schwerer Sturm	24,5 - 28,4	89 - 102	Wind bricht Bäume, größere Schäden an Häusern
11	orkanartiger Sturm	28,5 - 32,6	103 - 117	Wind entwurzelt Bäume, verbreitet Sturmschäden
12	Orkan	ab 32,7	ab 118	schwere Verwüstungen



Leistung des Windes

Beaufort Skala Clipart

Beaufort-grad	m/s	km/h	Anzeichen	Knoten	Wetterbericht
0	0,3-1,5	1-5	Windrichtung durch Zug des Rauches angezeigt	1-3	schwach
1	1,6-3,3	6-11	Wind am Gesicht fühlbar	4-6	schwach
2	3,4-5,4	12-19	Wimpel gestreckt	7-10	schwach
3	5,5-7,9	20-28	Hebt Staub und loses Papier	11-15	mässig
4	8,0-10,7	29-38	Schaumköpfe auf Seen	16-21	mässig
5	10,8-13,8	39-49	Pfeifen in Telegraphenleitungen	22-27	stark
6					

Bezeichnung nach Beaufort	Geschwindigkeit m/s km/h	Auswirkung im Binnenland	Auswirkung auf See
0 Windstille (Calm)	unter 0,3 <1	Rauch steigt gerade empor	Spiegelglatte See
1 leichter Zug (Light air)	0,3 - 1,5 1-5	Windrichtung ist nur durch Rauch erkennbar	Schuppenförmige Kräselwellen
2 leichte Brise (Light breeze)	1,6 - 3,3 6-11	Wind ist im Gesicht fühlbar	Kleine Wellen Kämme brechen sich nicht
3 schwache Brise (Gentle breeze)	3,4 - 5,4 12-19	Dünne Zweige und Blätter bewegen sich	Wellenkämme beginnen sich zu brechen
4 mäßige Brise (Moderate breeze)	5,5 - 7,9 20-28	Zweige und dünne Äste bewegen sich Staub erhebt sich	Noch kleine Wellen, jedoch vielfach weiße Schaumköpfe
5 frische Brise (Fresh breeze)	8,0 - 10,7 29-38	Kleine Bäume schwanken	Mäßig lange Wellen mit Schaumkämmen
6 starker Wind (Strong breeze)	10,8 - 13,8 39-49	Pfeifton an Drahtleitungen	Bildung großer Wellen größere Schaumflächen
7 steifer Wind (Near gale)	13,9 - 17,1 50-61	Spürbare Hemmung beim Gehen	See türmt sich Schaumstreifen in Windrichtung
8 stürmischer Wind (Gale)	17,2 - 20,7 62-74	Zweige brechen von den Bäumen Gehen wird erheblich erschwert	Hohe Wellenberge Gipfel beginnen zu versprühen
9 Sturm (Strong gale)	20,8 - 24,4 75-88	Kleinere Schäden an Häusern und Dächern	Dichte Schaumstreifen rollende See Gischt verweht Sichtbehinderung
10 schwerer Sturm (Storm)	24,5 - 28,4 89-102	Bäume werden entwurzelt bedeutende Schäden	Sehr hohe Wellenberge verbreitet weißer Schaum Sicht beeinträchtigt
11 orkanartiger Sturm (Violent storm)	28,5 - 32,6 103-117	schwere Sturmschäden	Außergewöhnlich hohe Wellenberge Wellenkämme zu Gischt verweht Sicht herabgesetzt
12 Orkan (Hurricane)	über 32,7 >117	katastrophale Orkansschäden	See vollständig weiß Luft voller Schaum und Gischt keine Fernsicht mehr



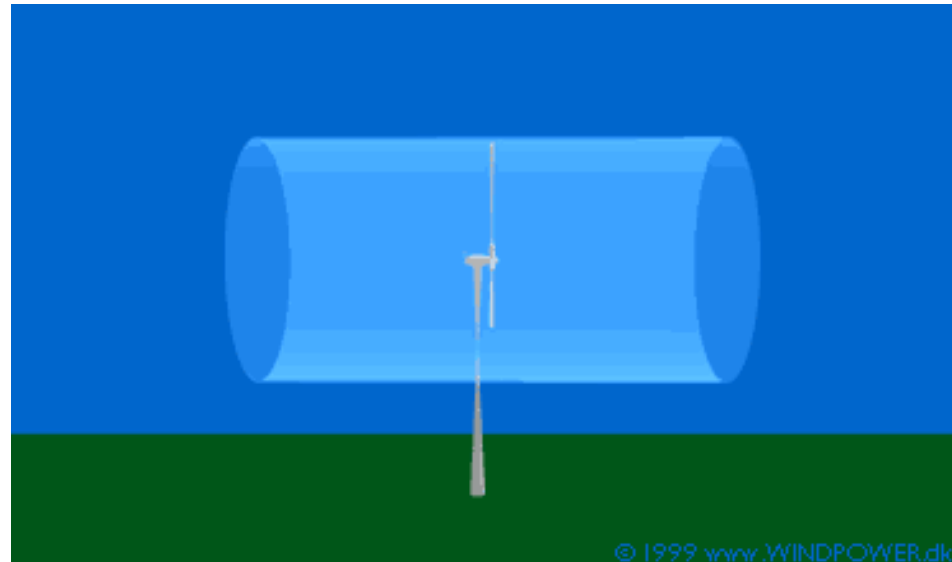
EIFER

Betz

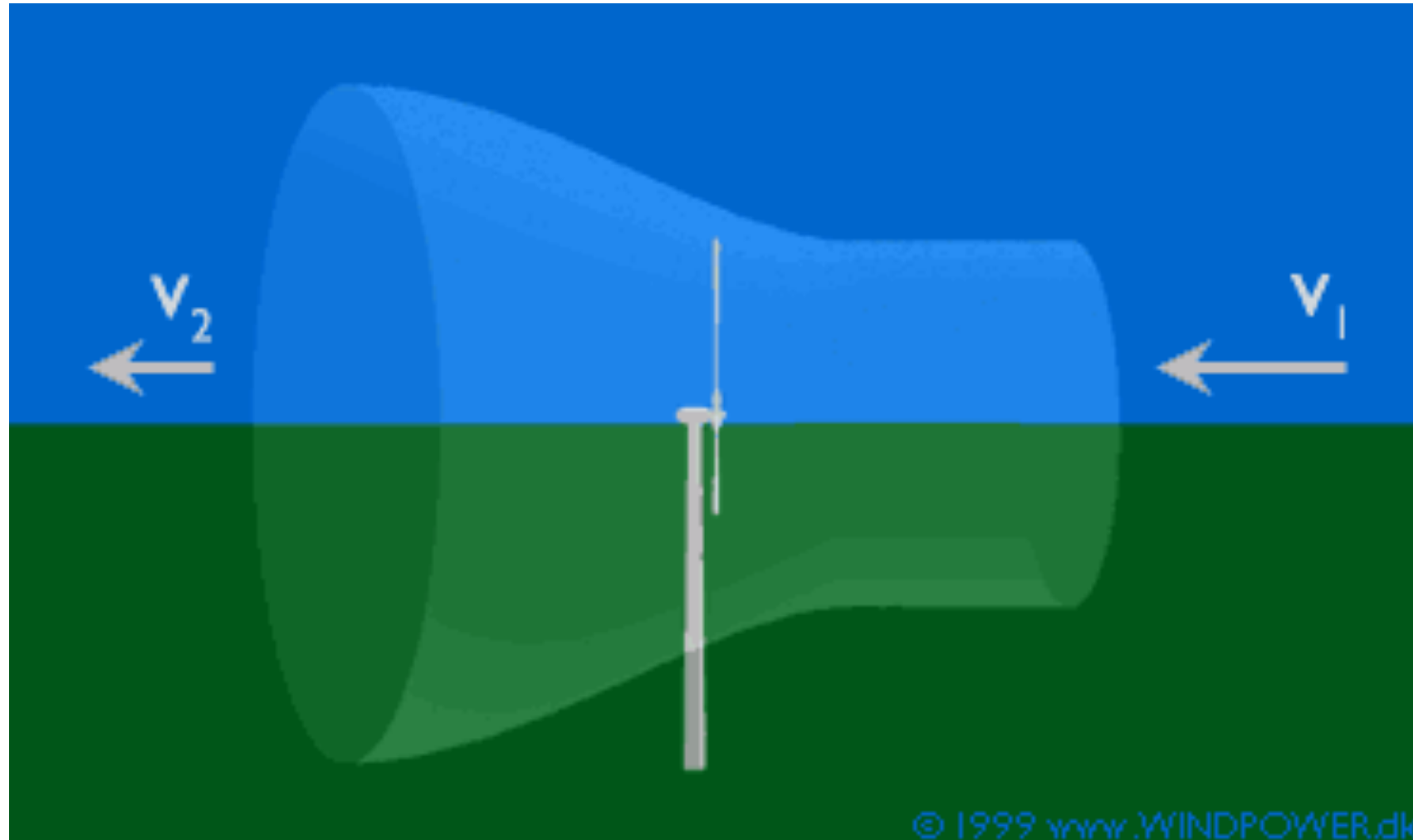
Problem der Kontrollvolumens / Frei umströmte Windturbine

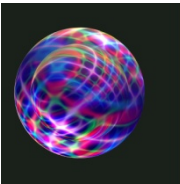


Enercon E-126 – 7.6 MW – worlds largest wind turbine
Tower 135m / Total 198.5m / Blades 56m / Hybrid



?





- Voraussetzungen
 - Ebene Strömung
 - Stationärer Fall
 - Inkompressibilität der Luft
- Gleichungen
 - Kontinuitätsgleichung
 - Impulssatz der Strömungslehre
 - Actio = Reactio

$$\Delta P = P_1 - P_2 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot (A_1 \cdot v_1^2 - A_2 \cdot v_2^2)$$

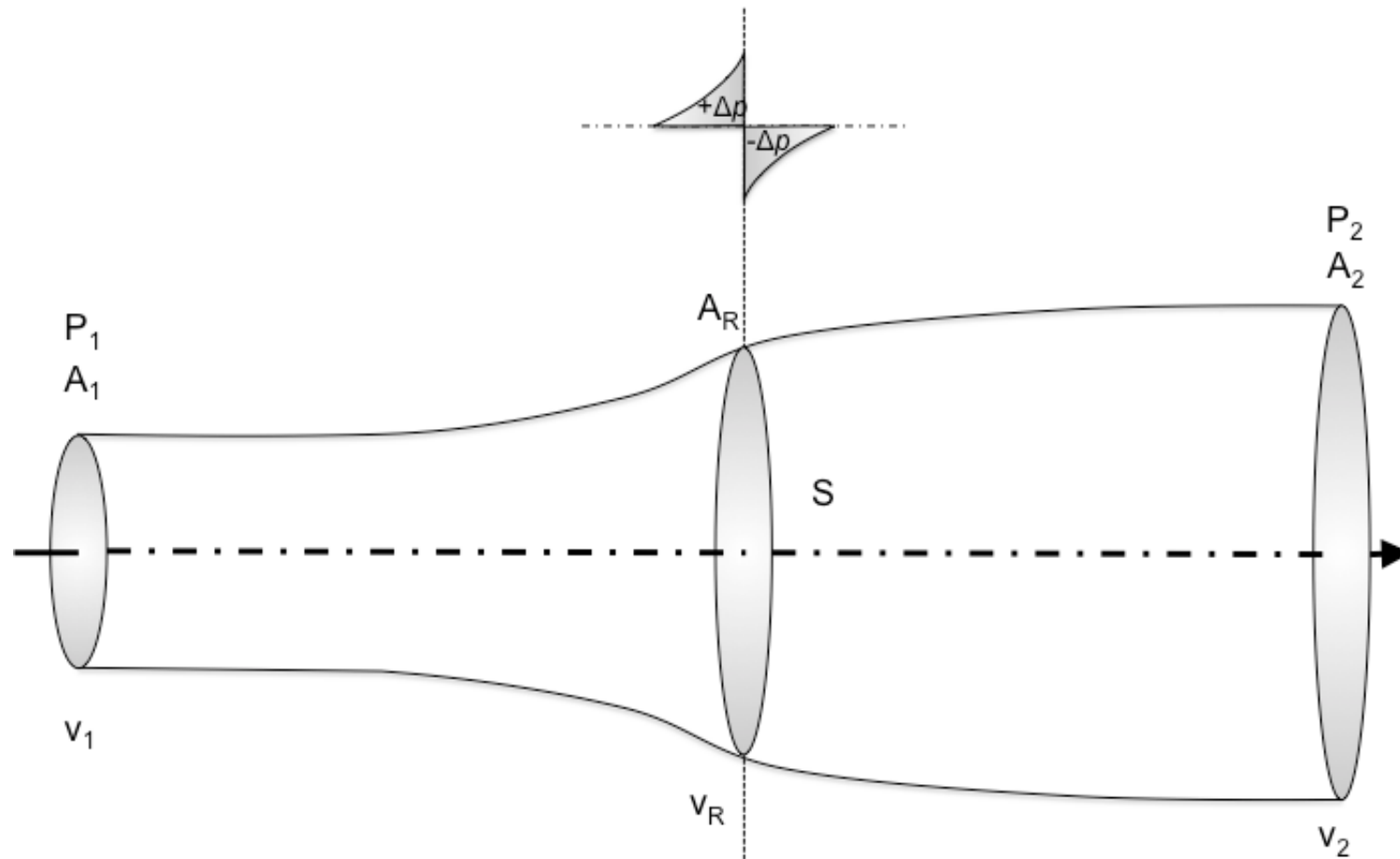
$$F = \frac{d(m \cdot v)}{dt} = \dot{m} \cdot v + m \cdot \dot{v} = \dot{m} \cdot v$$

$$S_R = \dot{m} \cdot (v_1 - v_2)$$

$$S_R \cdot v_R = \frac{1}{2} \cdot \dot{m} \cdot (v_1^2 - v_2^2)$$

Betz

Stromlinienverlauf 2D (Strömungsflasche)



$$P_{T,mec} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A_R \cdot \frac{v_1^3}{4} \cdot \left(\frac{v_2}{v_1} - 1 \right) \cdot \left(\frac{v_2}{v_1} + 1 \right)^2$$

$$c_P = \frac{P_{Turbine}}{P_{Wind}} = \frac{P_{T,mec}}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_{Wind}^3 \cdot A_{Rotor}}$$



Betz

frei umströmte Windturbine, Leistungsbeiwert

$$c_P = \frac{P_{Turbine}}{P_{Wind}} = \frac{P_{T,mec}}{\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_{Wind}^3 \cdot A_{Rotor}}$$

$$c_{P,id} = \frac{P}{P_0} = \frac{1}{2} \cdot (1 - \xi^2) \cdot (1 + \xi)$$

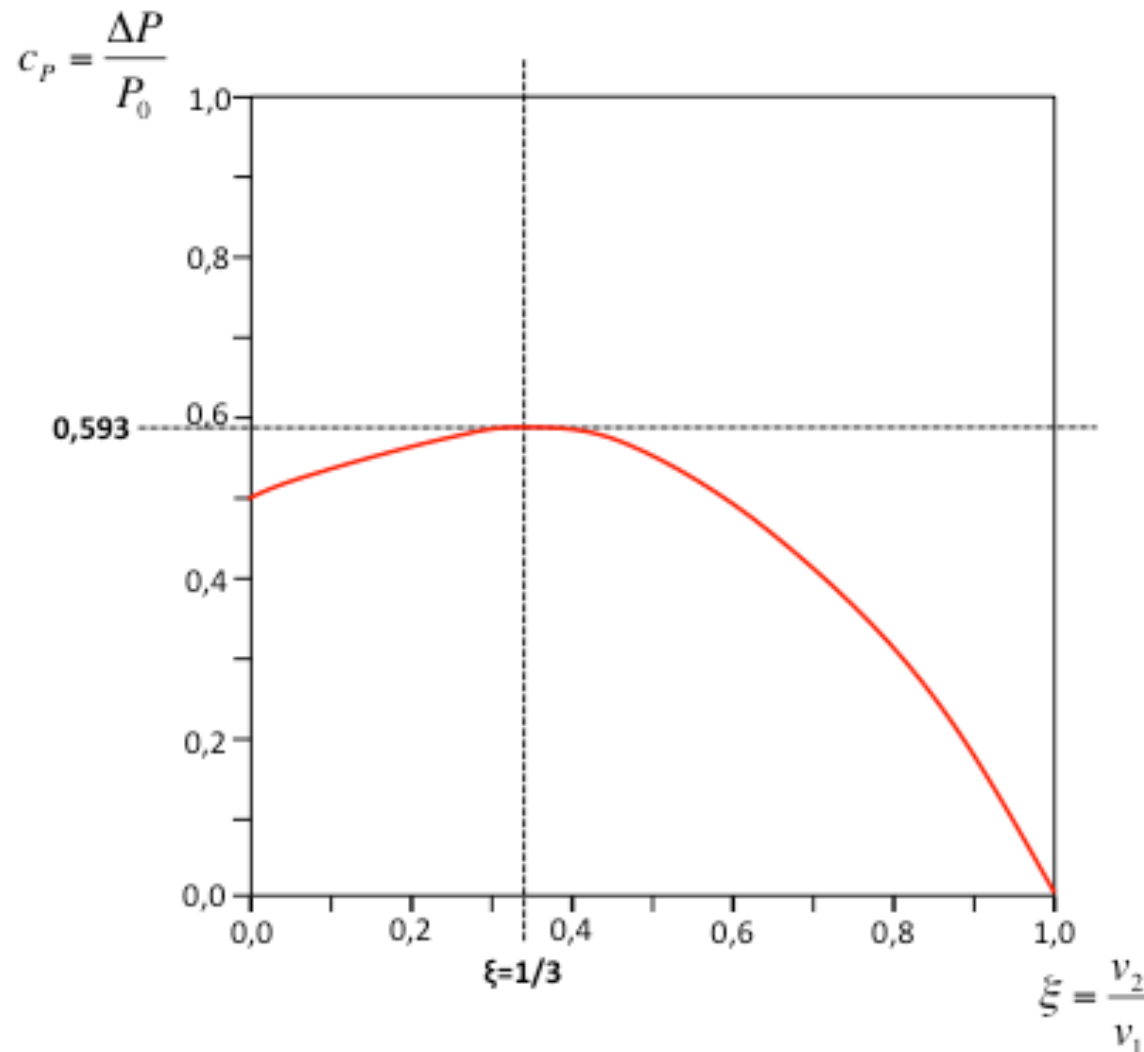
$$\text{mit } \xi = \frac{v_2}{v_1} \quad \text{und} \quad P_0 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^3 \cdot A$$



EIFER

Betz

Verlustfrei, ideal



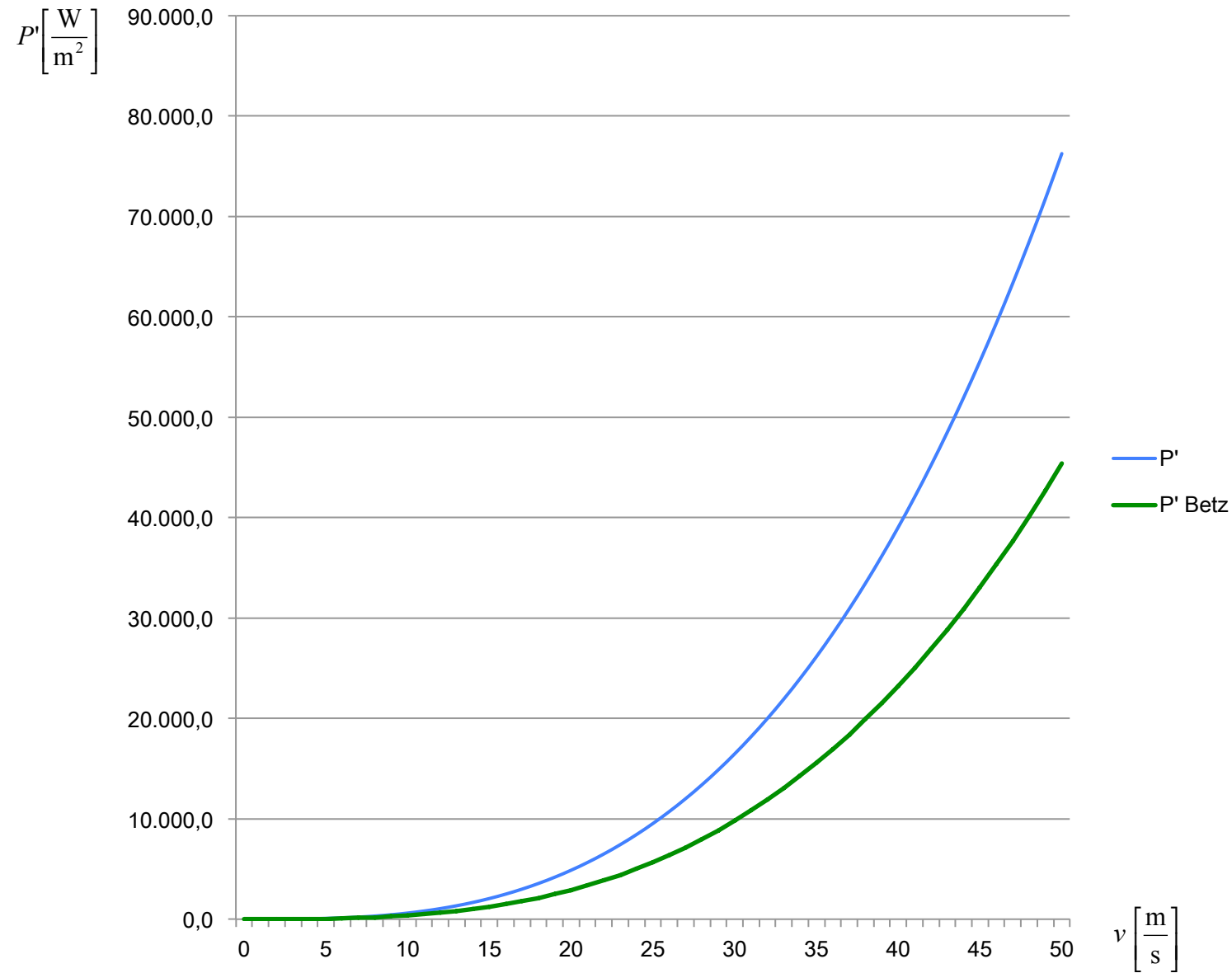
$$P_T = c_P \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot A \cdot v^3$$

59.3% von P_{Wind}
ist der maximale Anteil der
Leistung strömender Luft
den eine
Windenergieanlage nutzen
kann !



Betz

Spezifische Leistung





Betz
Verluste ?

- Drall
- Reibung
- Voraussetzungen
- Störungen
 - Wirbel
 - Turbulenzen
- ...



Betz

Wirkungsgrad einer Windkraftanlage

$$\eta = \frac{P_{Nutz}}{P_{ideal}} = \frac{P_N}{c_{P,id} \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^3 \cdot A_R}$$



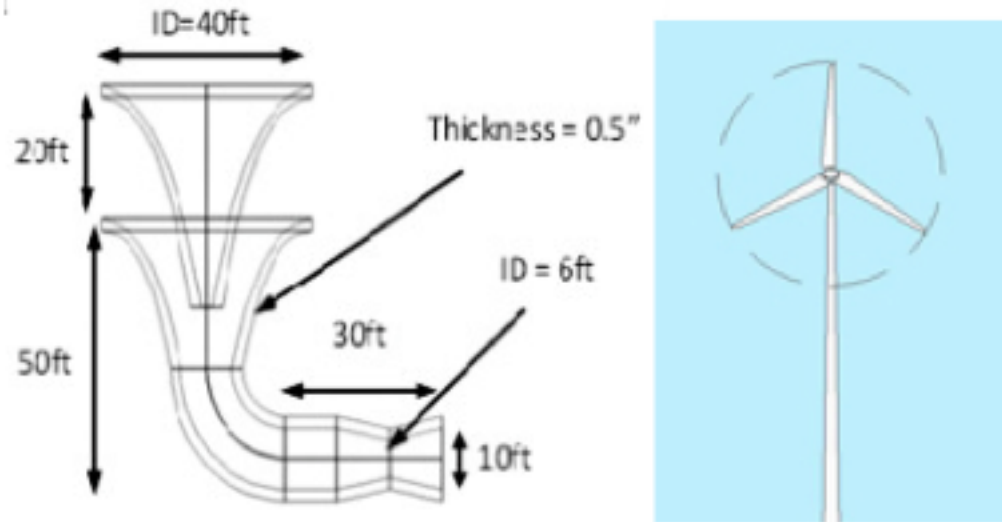
EIFER

Betz

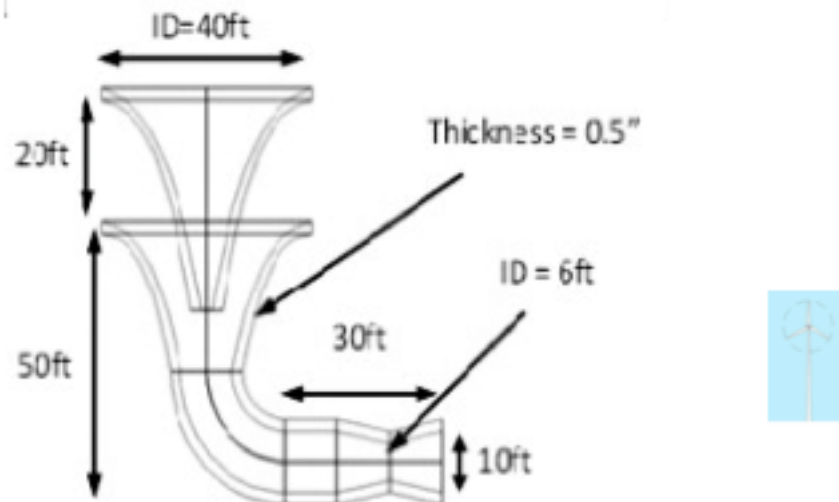
Kontrollvolumen ?



Comparison Sheerwind should have made

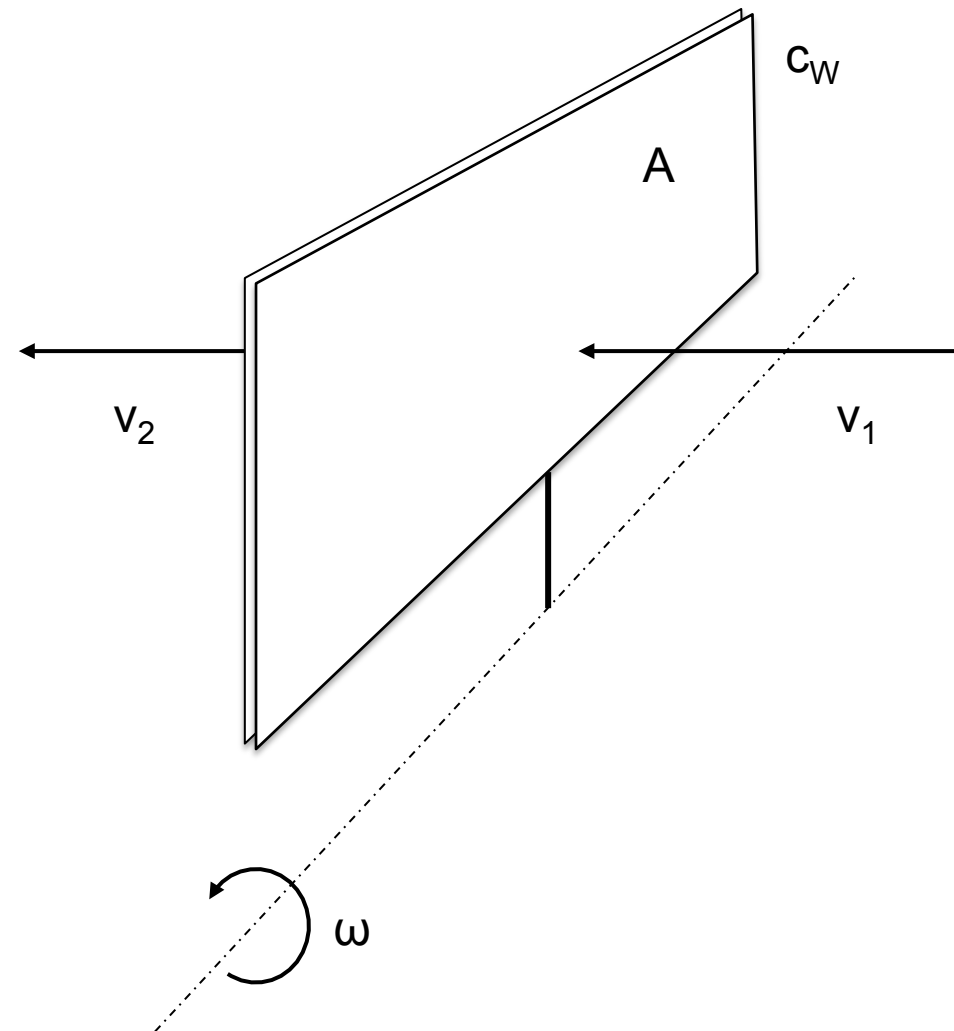


Comparison Sheerwind actually made



Betz

Widerstandsläufer Grundprinzip



$$c_{P,W} = \frac{P_W}{P_0} = c_W \cdot (1 - \xi)^2 \cdot \xi$$

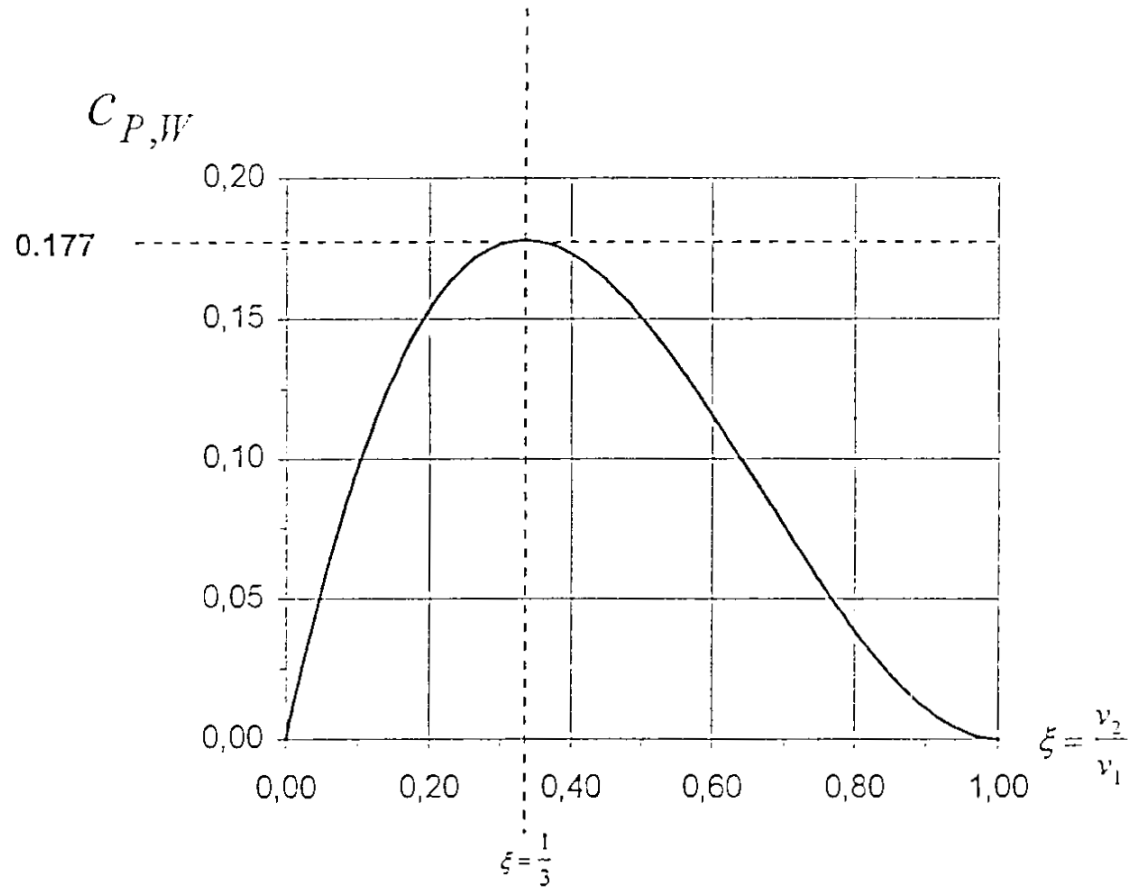
$$\text{mit } \xi = \frac{v_2}{v_1} \quad \text{und} \quad P_0 = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^3 \cdot A$$

$$P_W = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c_W \cdot A \cdot (v_1 - v_2)^2 \cdot v_2$$

$$P_W = F_W \cdot v_2 \quad \text{und} \quad F_W = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c_W \cdot A \cdot (v_1 - v_2)^2$$

Betz

Widerstandsläufer Leistungsbeiwert

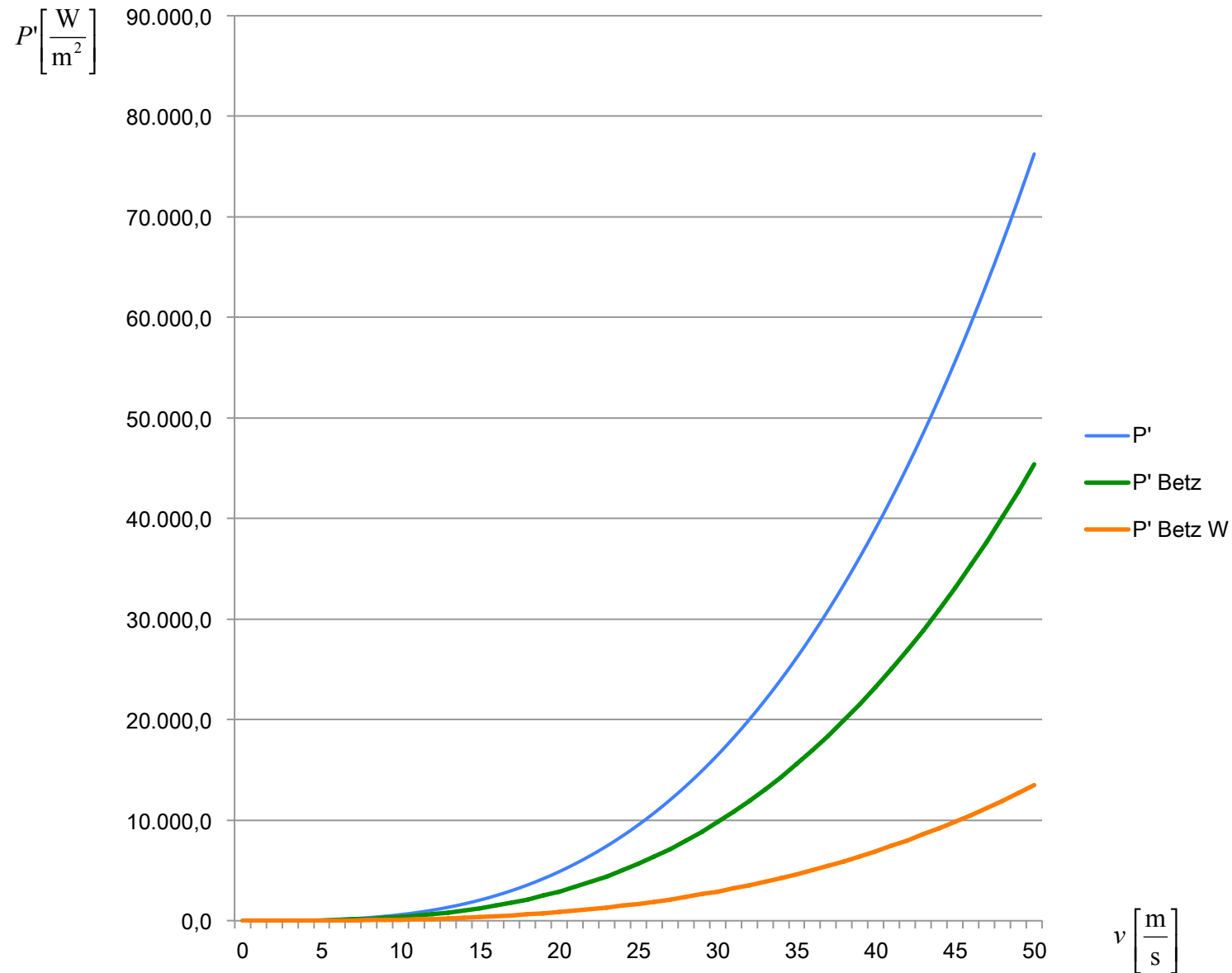


Leistungsbeiwert eines Widerstandsläufers mit $c_w=1.2$



Betz

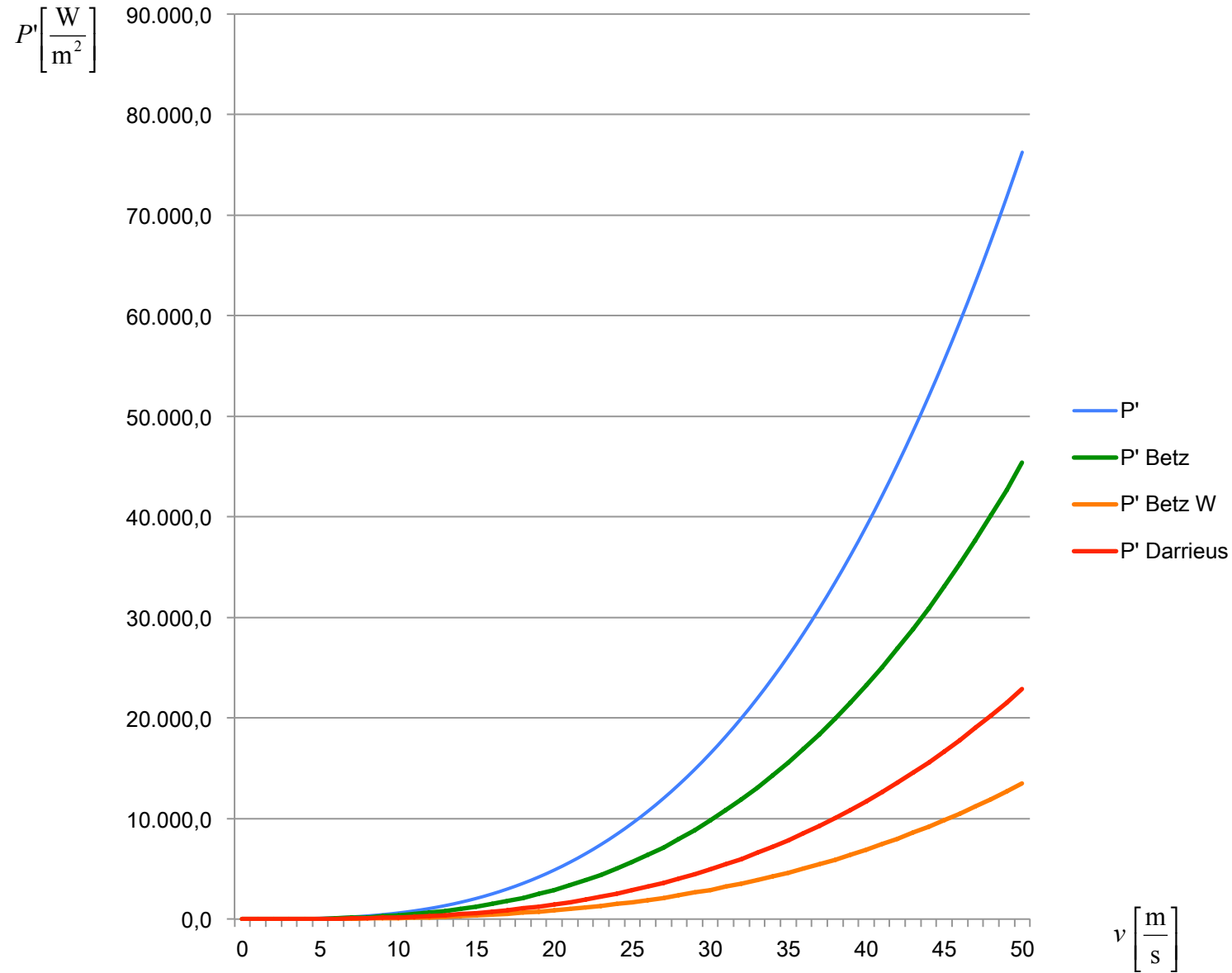
Spezifische Leistung Widerstandsläufer





Betz

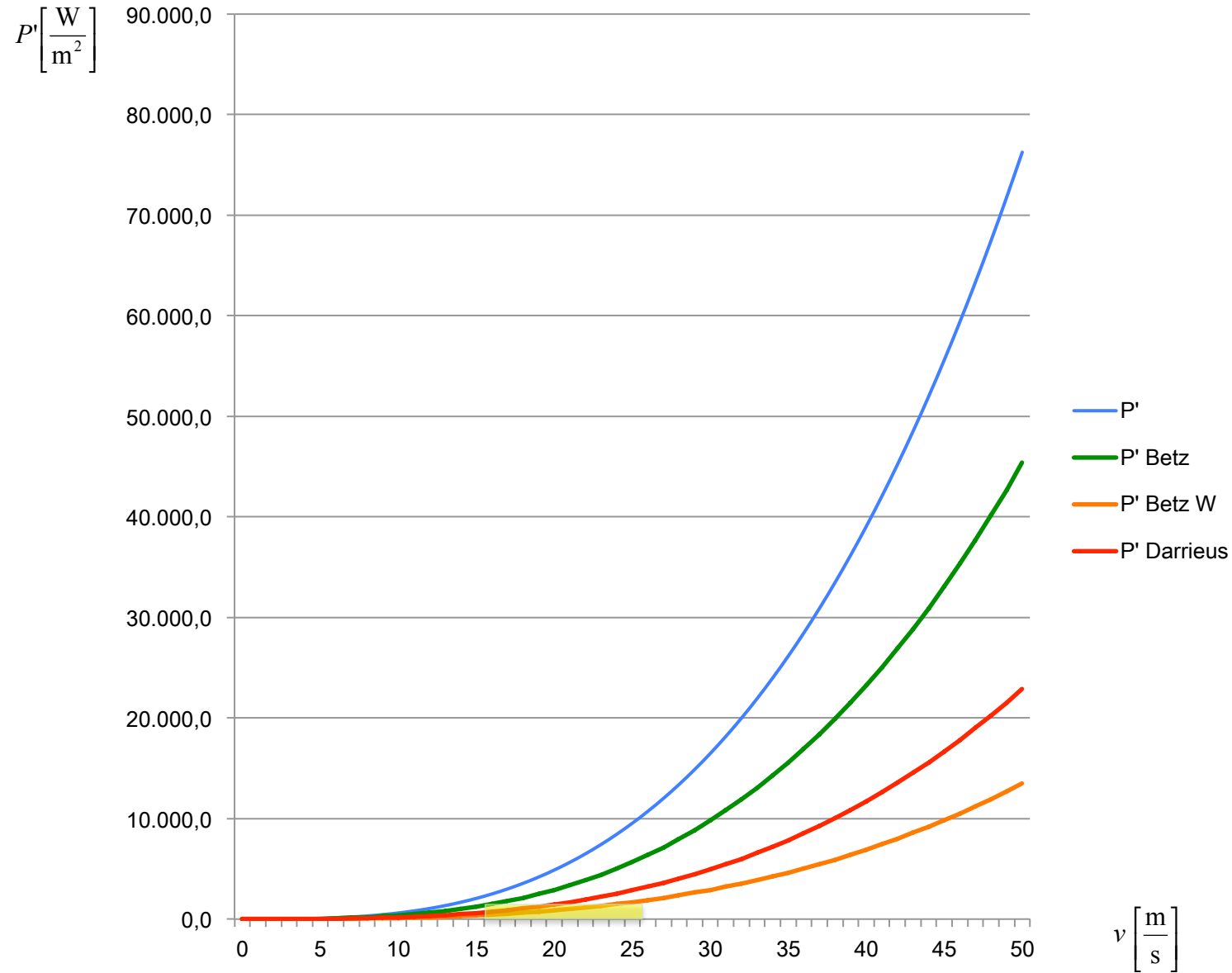
Spezifische Leistung Darrieus





Betz

Spezifische Leistung, reale Nutzung



$$c_{P,id} = 0,593$$

$$c_{P,real} = 0,45 - 0,5 / 0,55$$

$$c_{P,Darrieus} \approx 0,3$$

$$c_{P,W,id} = 0,177 / c_w = 1,2$$